

NUMERISCHE SIMULATION DES AUFLAUFS VON TSUNAMIS AN DER KÜSTE

von

Stefan Schimmels¹

ABSTRACT

Most Tsunami models in use are based on the depth integrated Nonlinear Shallow Water Equations (NSWE). While this is a sufficient approximation for the propagation in the open ocean, the assumption of zero vertical accelerations breaks down when a Tsunami approaches the coast. Hence, in the present paper a Tsunami model based on the Boussinesq equations is used and validated by means of a one- and two-dimensional benchmark test. The influence of Boussinesq terms and flow resistance due to trees or other obstacles is addressed and their impact on the runup of Tsunamis is worked out.

1. EINFÜHRUNG

Die meisten zurzeit eingesetzten Tsunami Modelle basieren auf den nichtlinearen Flachwassergleichungen (NSWE), was eine hinreichende Näherung für die Fortpflanzung sehr langer Wellen im offenen Meer ist. Bei der Annäherung zur Küste spielen die Nichtlinearitäten und die Frequenzdispersion eine immer entscheidendere Rolle, so dass in diesem Bereich Modelle verwendet werden sollten, die den vertikalen Beschleunigungen Rechnung tragen. Die logische Erweiterung zu den NSWE stellen Boussinesq-Gleichungen dar, die im Laufe der letzten 15 Jahren massiv weiterentwickelt worden sind. Im Zusammenhang mit dieser Entwicklung wurden auch verschiedene Verfahren vorgeschlagen, um den Wellenaufbau zu simulieren, was sich aufgrund der Berücksichtigung von trockenen Knoten im Berechnungsgitter aus numerischer Sicht nicht trivial gestaltet. Bei der Prognose des Auflaufs von Tsunamis an der Küste muss schließlich noch bedacht werden, dass Bäume, Häuser und ähnliches die maximale Auflaufhöhe dämpfen. Daher sollte bei einer numerischen Simulation der strukturbedingte Impulsverlust in irgendeiner Weise berücksichtigt werden.

¹ Dipl.-Ing., Institut für Strömungsmechanik, Appelstr. 9a, 30167 Hannover

Im Folgenden wird der Einfluss der Boussinesqterme und strukturbedingter Verluste auf den Auflauf von Tsunamis mit einem numerischen Modell untersucht. Dabei dienen zwei Benchmarktests, die für den 3rd International Workshop on Long Wave Runup (IWLWR (2004)) definiert worden sind, als Referenz.

2. NUMERISCHES MODELL

Für die hier gemachten Untersuchungen wurde das am Institut für Strömungsmechanik entwickelte numerische Modell BOWAM2 verwendet, das auf den erweiterten Boussinesq-Gleichungen von Schröter (1995) basiert:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot [(D + \eta) \mathbf{u}] \\ & + \left[(a_{11} + a^{(1)}) (\nabla D^2 \nabla) + a^{(2)} D (\nabla D \nabla) \right] \nabla \cdot (D \mathbf{u}) + a_{12} (\nabla D^3 \nabla) \nabla \cdot \mathbf{u}, \\ & + \left[a^{(1)} (\nabla D^2 \nabla) + a^{(2)} D (\nabla D \nabla) \right] \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + g \nabla \eta + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \\ & + \left[(b_{11} + b^{(1)}) D \nabla + b^{(2)} \nabla D \right] \nabla \cdot \left(D \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) + b_{12} D^2 \nabla \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}, \\ & + g \left[b^{(1)} D \nabla + b^{(2)} \nabla D \right] (\nabla D \nabla) \eta = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2)$$

mit

η	: Wasserspiegelauslenkung
\mathbf{u}	: Geschwindigkeitsvektor
D	: Wassertiefe
g	: Erdbeschleunigung
$a_{11}, a_{12}, b_{11}, b_{12}$: Konstanten in Abhängigkeit der Formulierung
$a^{(1)}, a^{(2)}, b^{(1)}, b^{(2)}$	

Die erste Zeile der Grundgleichungen (1) und (2) entspricht den NSWE, die zweite und dritte Zeile der Boussinesq Erweiterung. Die Boussinesqterme werden in Abhängigkeit der gewählten Parameter so modifiziert, dass die lineare Dispersionsbeziehung mit einer (4,4)-Padé Approximation angenähert und das lineare Shoalingverhalten optimiert wird.

2.1. Auflaufmethoden

Beim Auflauf von Wellen müssen trockene Bereiche im numerischen Gitter auf besondere Art berücksichtigt werden, da die Grundgleichungen (1) und (2) immer eine positive Wassertiefe D voraussetzen. Beim Slot-Concept (MADSEN ET AL. (1997)) wird dies durch virtuelle dünne Schlitze im Auflaufbereich erzielt, während beim Wet-Slope-Concept (STRYBANY (2000)) an trockenen Knoten eine Mindestwassertiefe angesetzt wird,

so dass immer ein dünner Restwasserfilm vorhanden ist. Im Gegensatz zu diesen beiden Methoden, wurde von LYNETT ET AL. (2002) vorgeschlagen, trockene Knoten explizit aus der Lösung der Grundgleichungen zu entfernen, weshalb dieses Verfahren Dry-Node-Concept genannt werden soll. Der Übergang zwischen nassen und trockenen Bereichen kann dabei auch zwischen zwei Knoten liegen, indem die Variablen von den nassen auf die trockenen Knoten extrapoliert werden, wie in Abbildung 1 durch die Punkte angedeutet ist. Dadurch lässt sich auch eine gesonderte Behandlung der räumlichen Ableitungen an den Rändern vermeiden, wenn dafür die extrapolierten Werte an den trockenen Knoten verwendet werden.

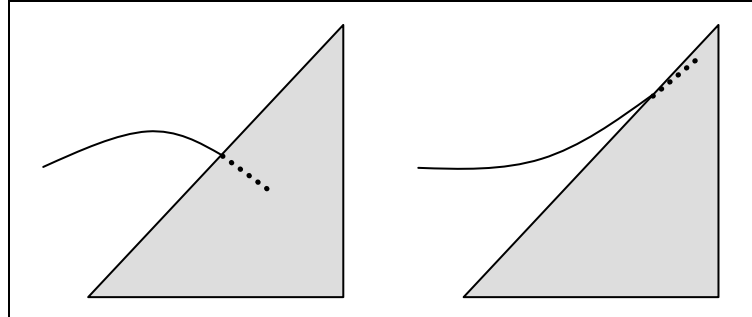


Abbildung 1: Definitionsskizze zum Dry-Node-Concept.

Das Dry-Node-Concept liefert generell bessere Ergebnisse als die zwei anderen, oben erwähnten Methoden und ist dabei auch numerisch sehr viel stabiler (SCHUPILOFF & SCHIMMELS (2006)). Die im Folgenden präsentierten Berechnungen basieren daher ausschließlich auf diesem Verfahren.

2.2. Bodenreibung

Die Reibung am Boden spielt zwar für den Auflauf von Tsunamis eine eher untergeordnete Rolle, allerdings lassen sich strukturbedingte Verluste, wie sie bei der Umströmung von Hindernissen - wie z.B. Bäumen oder Gebäuden - entstehen, über eine äquivalente Bodenreibung im numerischen Modell erfassen. Um die Bodenreibung im numerischen Modell zu berücksichtigen, wird die Bodenschubspannung als Senkenterm in die Impulsgleichung (2) in der folgenden Form eingebaut:

$$\tau_b = \frac{g}{C^2} \rho \mathbf{u} |\mathbf{u}|, \quad (3)$$

wobei ρ die Dichte des Fluids und C der Reibungskoeffizient nach Chézy ist. Der Fließwiderstand von Hindernissen kann in Abhängigkeit des dynamischen Druckes, der angeströmten Fläche A_f , und einem Formfaktor C_d ausgedrückt werden:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \rho \mathbf{u} |\mathbf{u}| A_f C_d. \quad (4)$$

Einen äquivalenten Chézy-Koeffizienten für den Widerstand einer Struktur erhält man, indem der Fließwiderstand (4) über die Grundfläche A_b verteilt und diese Schubspannung in Gleichung (3) eingesetzt wird, was zu folgendem Ausdruck führt:

$$C = \sqrt{\frac{2gA_b}{A_f C_d}}. \quad (5)$$

Im Fall von Bäumen ist der Chézy-Koeffizient eine Funktion der Wassertiefe und des Baumdurchmesser (angeströmte Fläche) sowie des Abstands der Bäume (Grundfläche). Ein konstanter Wert zwischen $20 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ und $30 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ stellt aber oft eine gute Näherung dar.

3. BENCHMARKTEST 1

3.1. Versuchsbeschreibung

Im ersten Benchmarktest wird der eindimensionale Auflauf eines Tsunamis an einer ebenen Küste untersucht. Dieser Test basiert auf einer analytischen Lösung der NSWE von CARRIER ET AL. (2003). Die Bathymetrie und die Anfangsbedingung dieses Tests sind in Abbildung 2 dargestellt. Die Bathymetrie wird durch eine konstante Neigung von 1:10 bei einer maximalen Wassertiefe von 5000 m am tiefsten Punkt bestimmt. Für die Anfangsbedingungen wird von einer Situation, wie sie nach einem Erdbeben unter Wasser auftritt, ausgegangen. Dabei sind alle Geschwindigkeiten Null und die Wasserspiegelauslenkung in Form einer N-Welle mit führendem Wellental gegeben.

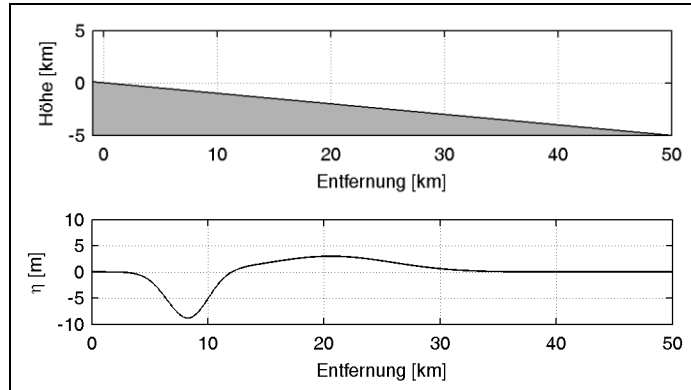


Abbildung 2: Bathymetrie (oben) und Anfangsbedingung (unten) für Benchmarktest 1.

Das numerische Gitter hat eine räumliche Auflösung von $dx = 10$ m, wobei sich die Ergebnisse bei einer weiteren Verfeinerung nur noch unwesentlich ändern. Da die Referenzlösung von CARRIER ET AL. (2003) auf den NSWE basiert, wurden die Boussinesqterme für den folgenden Vergleich mit der analytischen Lösung zunächst abgeschaltet. Anschließend werden diese Ergebnisse mit der Lösung der vollen Boussinesq-Gleichungen und unter der zusätzlichen Berücksichtigung von Bodenreibung verglichen, um den Einfluss dieser Terme auf das Auflaufverhalten des Tsunamis zu analysieren.

3.2. Vergleich mit analytischer Lösung

Für den Vergleich der numerischen Ergebnisse mit der analytischen Lösung wird zum einen die Wasserspiegelauslenkung in Küstennähe und zum anderen die Zeitreihe der Auflaufhöhe am Strand betrachtet. Abbildung 3 zeigt auf der linken Seite die Wasserspiegelauslenkungen zum Zeitpunkt des minimalen (oben) und maximalen (unten) Auflaufs sowie auf der rechten Seite die entsprechende Zeitreihe der Auflaufhöhe. Die numerischen Ergebnisse sind jeweils als durchgezogene Linie dargestellt während die analytische Lösung durch die Kreise repräsentiert wird.

Es sind in keiner Darstellung Abweichungen zwischen den Ergebnissen erkennbar, was bedeutet, dass die numerische Lösung gegen die analytische konvergiert. Dies sollte zwar generell für die numerische Lösung der Grundgleichungen vorausgesetzt werden, ist bei Berücksichtigung des Wellenaufbaus allerdings keineswegs selbstverständlich. Werden, wie beim Dry-Node-Concept, bei der Lösung der Grundgleichungen trockene Knoten ausgeschlossen und geeignete Randbedingungen an der Nass-Trocken-Grenze verwendet, kann die Konvergenz wieder erreicht werden. Bei den anderen oben erwähnten Methoden funktioniert dies, aufgrund ihrer Annahmen, allerdings nicht.

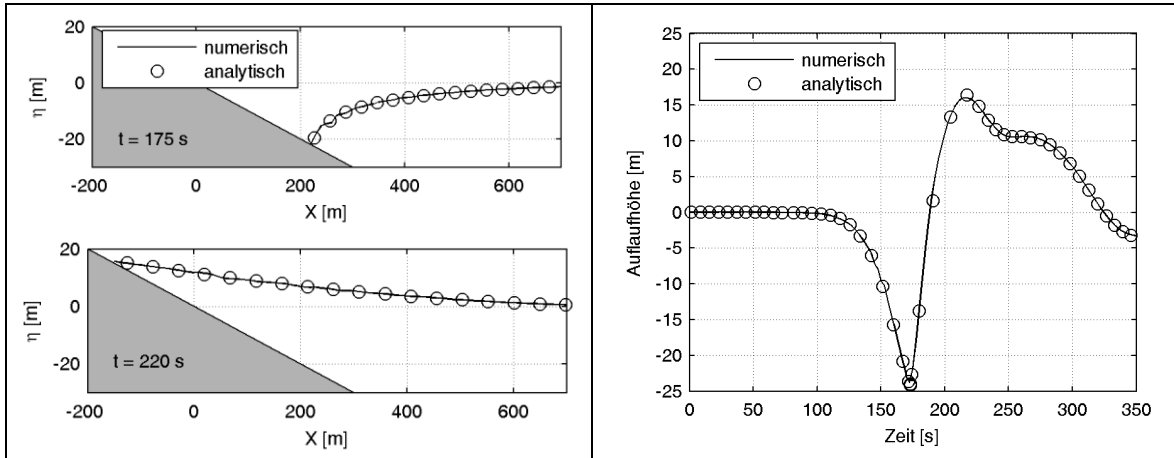


Abbildung 3: Vergleich zwischen numerischer und analytischer Lösung. Wasserspiegelauslenkung zum Zeitpunkt des minimalen (175 s) und maximalen (220 s) Auflaufs (links), Zeitreihe der Auflaufhöhe (rechts).

3.3. Einfluss von Boussinesqtermen und Bodenreibung

In Abbildung 4 ist die oben gezeigte Lösung der NSW (durchgezogene Linie) der Lösung der Boussinesq-Gleichungen (gestrichelt) sowie der Boussinesq-Gleichungen mit zusätzlicher Bodenreibung (gepunktet) gegenübergestellt. Durch die Boussinesqterme ist der Ablauf der Welle etwas sanfter und die minimale Höhe liegt mit -20,5 m etwa 17 % unter der mit den NSW berechneten. Der Auflauf hingegen wird verstärkt und ist im Maximum mit 20 m etwa 4 m höher als dies die NSW vorhersagen. Die zusätzliche Bodenreibung, die zur näherungsweisen Berücksichtigung strukturbedingter Verluste, mit einem konstanten Chézy-Beiwert von $C = 25 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ angesetzt wurde, hat keinen merklichen Einfluss auf das Abflauen der Welle. Beim Auflauf aber führt sie zu einer zeitlichen Verzögerung und zu einer Reduktion der maximalen Auflaufhöhe von etwa 25 %.

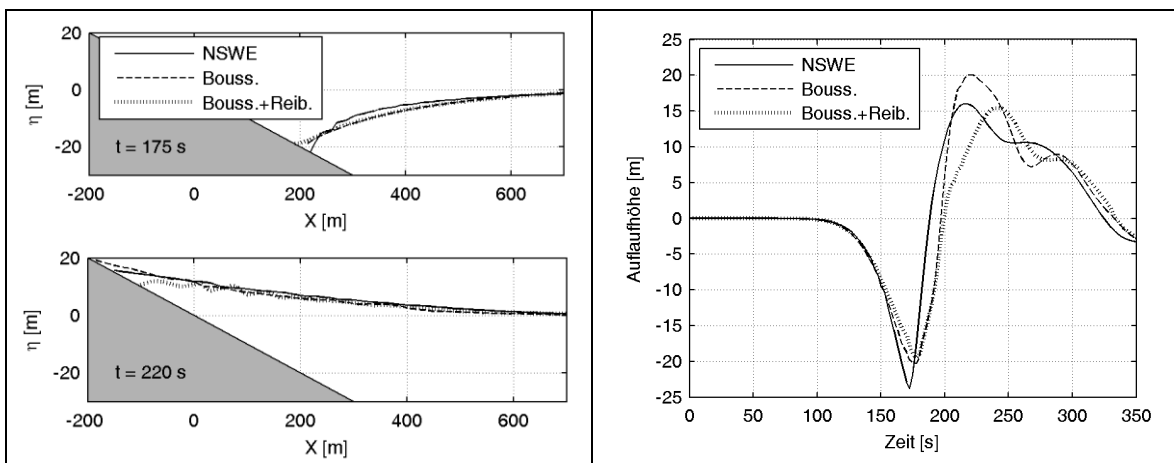


Abbildung 4: Vergleich des Einflusses der Boussinesqterme und der Bodenreibung. Wasserspiegelauslenkung zum Zeitpunkt des minimalen (175 s) und maximalen (220 s) Auflaufs (links), Zeitreihe der Auflaufhöhe (rechts).

4. BENCHMARKTEST 2

4.1. Versuchsbeschreibung

Der zweite Benchmarktest basiert auf einem Laborexperiment des Okushiri Tsunamis von 1993 im Maßstab 1/400 (Matsuyama und Tanaka (2001)). Die Bathymetrie und die Zeitreihe der am linken Rand einlaufenden Welle sind in Abbildung 5 dargestellt:

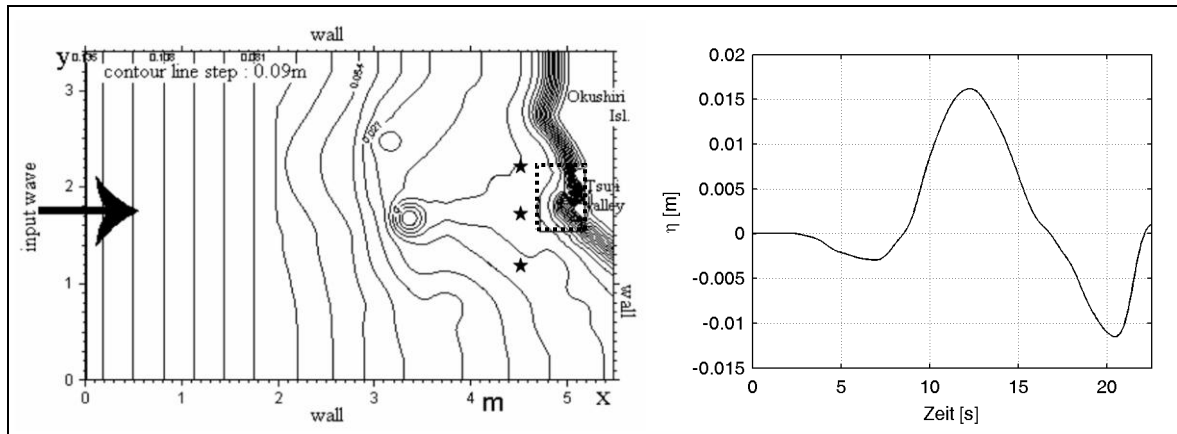


Abbildung 5: Bathymetrie (links) und Randbedingung (rechts) für Benchmarktest 2.

Als Referenzdaten für diesen Test dienen Pegelmessungen des Wasserstands an drei verschiedenen Positionen, die in Abbildung 5 als Sterne gekennzeichnet sind. Ebenso standen Videoaufzeichnungen des Auflaufs im Tsuji Valley (gestricheltes Rechteck in Abbildung 5) zur Verfügung, die hier jedoch nicht weiter berücksichtigt werden. Um die Topographie im Strandbereich einigermaßen aufzulösen, wurde für die numerische Simulation ein Gitter mit 600 x 400 Knoten gewählt, was einer räumlichen Auflösung von knapp 1 cm entspricht. Für den Vergleich mit den Labormessungen, wurden die vollen Boussinesq-Gleichungen gelöst, wobei die Bodenreibung zunächst vernachlässigt wurde.

4.2. Vergleich mit Labordaten

Zuerst werden die Ergebnisse der numerischen Simulation mit den Messungen an den drei Pegeln verglichen. Die Pegel sind entlang der y -Achse bei einer konstanten Position in x -Richtung von $x = 4,521$ m, direkt vor dem Tsuji Valley ausgerichtet. Abbildung 6 zeigt den Vergleich der Zeitreihen der Wasserspiegelauslenkung an den drei Positionen $y = 1,196$ m, $y = 1,696$ m und $y = 2,196$ m von oben nach unten. Auch für diesen zweidimensionalen Fall zeigt der Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den Messdaten der

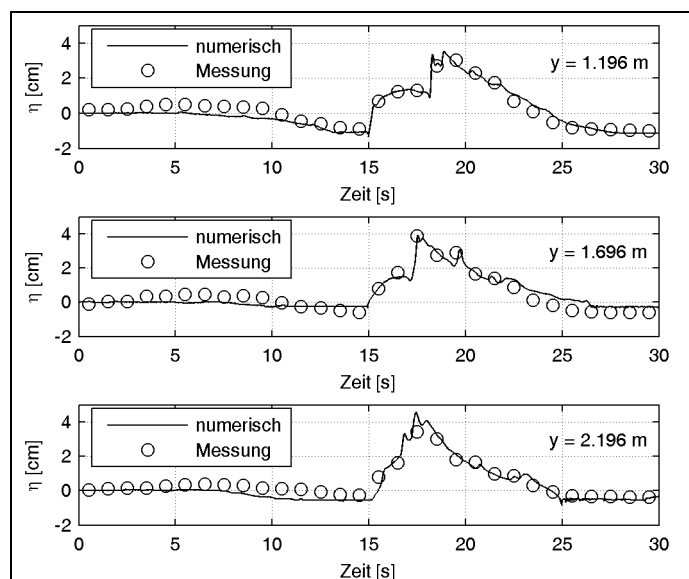


Abbildung 6: Vergleich zwischen numerischer Simulation und Pegelmessungen.

Pegel für alle drei Positionen eine ausgezeichnete Übereinstimmung. Der schnelle Anstieg der Wasseroberfläche nach etwa 15 s und 18 s, der bei $y = 1,196$ m und $y = 1,696$ m am deutlichsten ist, wird in der Simulation ebenso gut wiedergegeben wie die reflektierten Wellen, die von der Küste zurücklaufen.

4.3. Einfluss der Bodenreibung

Abschließend soll der Einfluss von Bäumen oder anderer Strukturen auf die maximale Auflaufhöhe demonstriert werden. Hierzu wurde, in den Bereichen wo die Geländehöhe größer als 1 cm ist, zusätzlich eine äquivalente Bodenreibung mit einem konstanten Chézy-Beiwert von $C = 25 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ bei der Simulation berücksichtigt. Abbildung 7 zeigt für den Bereich des Tsuji Valley die Konturlinien der Sohltopographie als punktierte Linien und die maximalen Auflaufhöhen mit und ohne Reibung als gestrichelte bzw. durchgezogene Linie. Wie zu erwarten war, sind die maximalen Auflaufhöhen mit Bodenreibung im gesamten Gebiet geringer als ohne die Berücksichtigung der strukturbedingten Verluste. Im Bereich der Bucht, in der Mitte von Abbildung 7 beträgt die Dämpfung bis zu 50 %, was nicht nur auf die geringere Auflaufhöhe sondern auch auf die insgesamt veränderte Dynamik bei der Reflektion der Welle zurückzuführen ist.

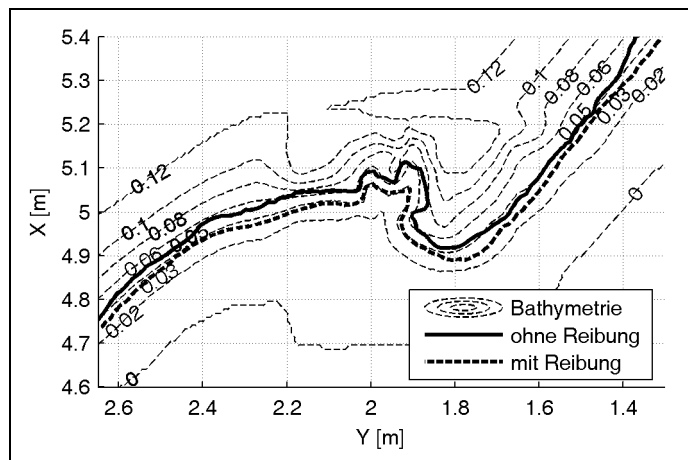


Abbildung 7: Einfluss der Bodenreibung auf die Auflaufhöhe für den Benchmarktest 2.

Auch wenn die hier getroffene Annahme eines konstanten Reibungsbeiwerts nur eine Näherung ist, zeigen die Ergebnisse deutlich die Wichtigkeit, den strukturbedingten Fließwiderstand bei der Prognose des Auflaufs von Tsunamis an der Küste zu berücksichtigen. Eine Vernachlässigung führt nicht nur zu einer Überschätzung der maximalen Auflaufhöhe, sondern kann auch die gesamte Dynamik des Auf- und Abflaufs beeinflussen.

5. ZUSAMMENFASSUNG

Das am Institut für Strömungsmechanik entwickelte Boussinesq-Modell BOWAM2 wurde anhand eines ein- und zweidimensionalen Benchmarktests für die Prognose des Auflaufs von Tsunamis an der Küste validiert. Das eindimensionale Beispiel basierte auf einer analytischen Lösung der NSWE. Es konnte gezeigt werden, dass die Boussinesq-Gleichungen im Vergleich zu den NSWE für ein sanfteres Abfließen der Welle sorgen, aber dafür den Auflauf verstärken und somit die maximale Auflaufhöhe um 25 % größer ausfällt als ohne die Boussinesqterme. Die zusätzliche Berücksichtigung von Bodenreibung, die in erster Linie strukturbedingte Fließwiderstände repräsentieren sollte, hat auf den Ablauf kaum einen Einfluss, während der Auflauf verzögert wird und die maximalen Höhen reduziert werden. Anhand des zweidimensionalen Beispiels, das auf einem Laborexperiment des Okushiri Tsunamis von 1993 im Maßstab 1/400 basierte,

konnten diese Erkenntnisse bestätigt werden. Die maximale Auflaufhöhe wurde dabei lokal um bis zu 50 % reduziert, was nicht alleine eine direkte Auswirkung der erhöhten Bodenreibung ist, sondern vielmehr aus einer dadurch veränderten Dynamik bei der Reflektion der Welle an der Küste resultiert.

Offensichtlich haben sowohl die Boussinesqterme als auch strukturbedingte Impulsverluste einen durchaus signifikanten Einfluss auf das Auflaufverhalten von Tsunamis. Inwieweit dies, in Anbetracht der großen Unsicherheiten, die in den Generierungsmechanismen dieser Wellen bzw. in der Erfassung der tatsächlichen strukturbedingten Verluste stecken, eine Rolle für die Prognose von potentiellen Überflutungsgebieten in der Praxis spielt, ist noch zu klären.

6. SCHRIFTUM

CARRIER, G. F., WU, T. T. und YEH, H.: Tsunami run-up and draw-down on a plane beach. *Journal of Fluid Mechanics*, 475, 79-99, 2003.

IWLWR: <http://www.cee.cornell.edu/longwave/>, 2004

LYNETT, P.J., WU, T.-R. und LIU, P.L.-F.: Modeling wave runup with depth-integrated equations. *Coastal Engineering*, 46, 89-107, 2002.

MADSEN, P.A., SÖRENSEN, O.R. und SCHÄFFER, H.A.: Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq-type model. Part I: Model description and cross-shore motion of regular waves. *Coastal Engineering*, 32, 255-287, 1997.

MATSUYAMA, M. und TANAKA., H.: An experimental study of the highest run-up height in the 1993 Hokkaido Nansei-oki earthquake tsunami, *International Tsunami Symposium*, Seattle, Session 7, 879-889, 2001.

SCHUPILOFF, N., SCHIMMELS, S.: Numerical Modeling of Tsunami Runup with Different Approaches, *Proceedings of 30th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, im Druck, 2006.

STRYBNI, J: Extended eddy viscosity concept for wave breaking in Boussinesq-type models. *Proceedings of 27th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, 1307-1320, 2000.