

DICHTESTRÖMUNGEN UNTER DEM EINFLUSS VON BAUWERKEN

von

Stefan Schimmels¹

Mark Markofsky²

ABSTRACT

Density currents that occur when a plume of denser saline water flows into a pool of stagnant less dense saline water are considered in this paper. These currents are numerically simulated by solving the Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) equations together with a transport equation for the salt concentration and a turbulence closure model. Special emphasis lies on structure induced mixing which is analyzed by the example of a vertical cylinder. Mixing can be understood as the entrainment of less dense water into the dense plume by an entrainment velocity w_E . In the present case structure induced mixing is up to two orders of magnitude higher than the natural entrainment but is confined to the vicinity of the cylinder.

1. EINFÜHRUNG

Dichteströmungen entstehen überall dort wo zwei Fluide oder Gase unterschiedlicher Dichte aufeinander treffen und das dichtere Medium unter dem leichteren hindurchströmt. Für solche Strömungen gibt es zahlreiche Beispiele in Natur und Technik (SIMPSON (1987)), die alle dieselben phänomenologischen Eigenschaften aufweisen. So wird durch Instabilitäten in der Scherschicht ständig eine gewisse Menge des leichteren Mediums in das dichtere eingemischt, so dass mit Fortschreiten der Strömung die durch den Dichteunterschied hervorgerufene treibende Kraft immer mehr verloren geht.

In der vorliegenden Arbeit werden Dichteströmungen betrachtet wie sie in der Ostsee auftreten wenn unter entsprechenden meteorologischen Verhältnissen das salzhaltigere Wasser der Nordsee über die Darsser Schwelle und die Drogden Schwelle in die Ostsee gedrückt werden (Abbildung 1). Diese Dichteströmungen sind für die Ostsee von besonderer Bedeutung, da sie bis in die tiefen Becken bei Bornholm vordringen und diese

¹ Dipl.-Ing., Institut für Strömungsmechanik, Appelstr. 9a, 30167 Hannover

² apl. Prof. Ph.D., habil., Institut für Strömungsmechanik, Appelstr. 9a, 30167 Hannover

mit Sauerstoff anreichern. Im Zusammenhang mit der Planung von Offshore Windenergieanlagen in der Ostsee entstand die Frage welchen Einfluss diese Strukturen auf die Einmischung in die Dichteströmungen haben und ob sie ihnen eventuell die treibende Kraft entziehen, um die tiefen Becken erreichen zu können.

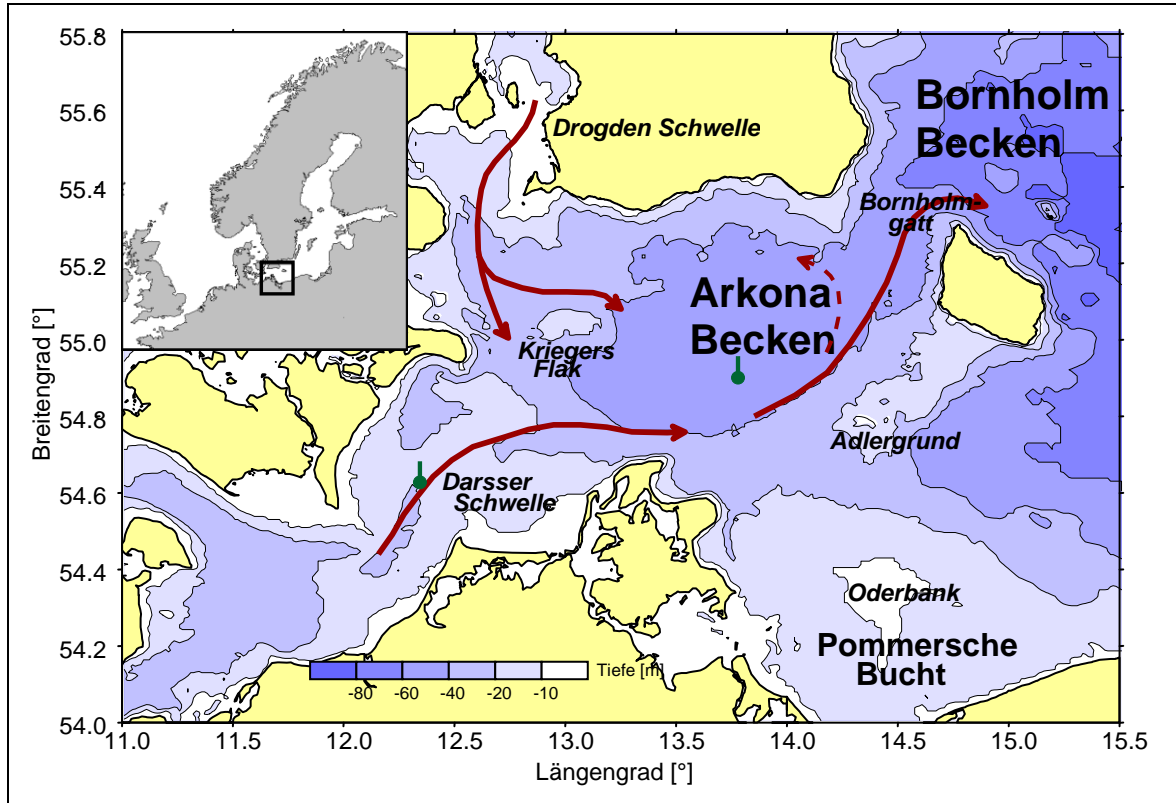


Abbildung 1: Wege der Dichteströmungen durch die Ostsee (Quelle: IOW)

Das laufende Forschungsprojekt QuantAS-Off befasst sich mit dieser Fragestellung. Es ist ein Gemeinschaftsprojekt des Instituts für Ostseeforschung Warnemünde (IOW), des Lehrstuhls für Strömungsmechanik (LSM) der Universität Rostock und des Instituts für Strömungsmechanik und Elektronisches Rechnen im Bauwesen (ISEB) der Leibniz Universität Hannover. Dabei führt das IOW Naturmessungen und großskalige numerische Simulationen durch, der LSM betreibt ein Labormodell im Maßstab 1:100 und das ISEB untersucht die Phänomene im Nahfeld der Struktur mit Hilfe hochauflösender numerischer Modelle. Die aktuellen Ergebnisse des letzteren Teilprojekts werden in der vorliegenden Arbeit kurz präsentiert.

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

2.1. Grundgleichungen

Allgemein lassen sich Dichteströmung mit den Reynoldsgemittelten Navier-Stokes Gleichungen (RANS) und einer zusätzlichen Gleichung für den Transport der Dichte beeinflussenden Substanz (in diesem Falle Salz) beschreiben:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left((v + v_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\rho}{\rho_0} g_i, \quad (2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u_j \frac{\partial S}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left((K + K_t) \frac{\partial S}{\partial x_j} \right), \quad (3)$$

$$\rho = f(S). \quad (4)$$

Dabei wurden folgende Annahmen getroffen:

- Die Dichte Anomalie hat den größten Einfluss auf die Erdbeschleunigung $g_i = (0, 0, -9,81)^T$ und kann in allen anderen Termen vernachlässigt werden (Boussinesq Approximation).
- Die Dichte hängt nur vom Salzgehalt ab (Gleichung (4)).
- Die turbulenten Impuls- und Dichtekorrelationen lassen sich mit einer turbulenten Viskosität v_t bzw. Diffusivität K_t beschreiben.

Der letzte Punkt beinhaltet zwar die stärkste Modellannahme und eine gewisse Einschränkung bezüglich der modellierbaren Turbulenzstruktur, gleichzeitig wird damit allerdings die Anzahl der zusätzlichen Unbekannten von 9 auf 2 reduziert, da nur noch die turbulente Viskosität und Diffusivität bestimmt werden müssen. Erstere kann sehr effizient mit Hilfe eines der mittlerweile zum Standard gewordenen Zwei-Gleichungsmodelle bestimmt werden. Anhand des Standard k - ε -Modells soll dies kurz näher erläutert werden.

Die turbulente Viskosität kann generell als proportional zu einem turbulenten Geschwindigkeits- und Längenmaßstab angesehen werden. Für das k - ε -Modell ergibt sich mit der Proportionalitätskonstanten C_μ :

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (5)$$

wobei k die turbulente kinetische Energie und ε deren Dissipationsrate ist. Für diese beiden Größen werden zwei zusätzliche Transportgleichungen gelöst (z.B. POPE (2003), KUNDU & COHEN (2004)), die jeweils einen Produktionsterm P und einen Auftriebsterm G_b enthalten:

$$P = v_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = v_t 2S_{ij}S_{ij}, \quad (6)$$

$$G_b = -\frac{v_t}{\sigma_t} \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} = -K_t \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z}, \quad (7)$$

wobei S_{ij} die Scherrate des Geschwindigkeitsfelds und σ_t eine turbulente Prandtlzahl für die Dichte ist, die die turbulente Diffusivität mit der Viskosität in Beziehung bringt. Durch den Produktionsterm P wird der mittleren Strömung kinetische Energie entzogen, die in turbulente kinetische Energie umgewandelt wird. Der Auftriebsterm G_b hingegen erhöht bei stabiler Schichtung, also positivem Dichtegradienten, die mittlere potentielle Energie und verringert die turbulente kinetische Energie. Dadurch werden in stabil geschichteten Bereichen die turbulente Viskosität und Diffusivität - und somit die Mischung - gedämpft. Dennoch ist auch ersichtlich, dass der Auftriebsterm in direktem Zusammenhang mit der turbulenten Viskosität steht und somit bei hoher Turbulenzproduktion auch eine erhöhte Mischung erwartet werden kann. Stillschweigend wurde in Gleichung (7) bereits davon ausgegangen, dass die Erdbeschleunigung nur in Richtung der z -Achse wirkt, was im Folgenden als Annahme beibehalten werden soll.

2.2. Mittlere Größen und Entrainment

Für die weiteren Untersuchungen wird von dem Modell ausgegangen, das in Abbildung 2 skizziert ist. Die Dichteströmung hat eine Tiefe D und bewegt sich mit der mittleren Geschwindigkeit U_S in einem ruhenden Fluid mit der Dichte ρ_0 und der Gesamttiefe H . Das Koordinatensystem ist so orientiert, dass die x -Achse in Strömungsrichtung zeigt und die z -Achse rechtwinklig vom Boden nach oben. Die Dichte und die Geschwindigkeit sind über die Tiefe veränderlich. Typische Profile sind auf der linken Seite als durchgezogene Linie für die Dichte und als gestrichelte Linie für die Geschwindigkeit dargestellt.

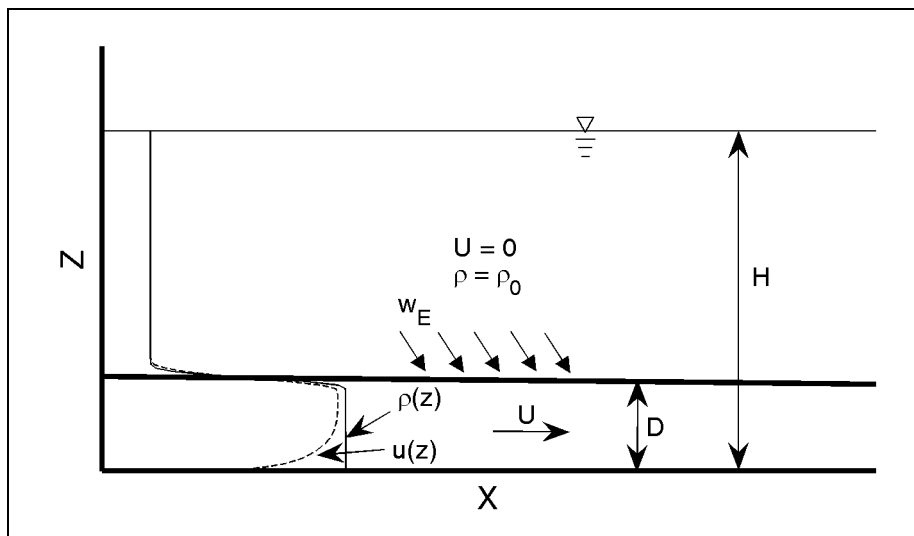


Abbildung 2: Definitionsskizze zur Dichteströmung

Durch Integration über die Gesamtwassertiefe lassen sich die folgenden Größen definieren

$$g'D = \int_0^H \frac{\rho(z) - \rho_0}{\rho_0} g dz, \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} g'D^2 = \int_0^H \frac{\rho(z) - \rho_0}{\rho_0} g z dz, \quad (9)$$

$$UD = \int_0^H u(z) dz, \quad (10)$$

$$VD = \int_0^H v(z) dz, \quad (11)$$

mit deren Hilfe die Dicke der Dichteströmung, die mittlere Geschwindigkeit und die reduzierte Erdbeschleunigung bestimmt werden können. Unter der Voraussetzung des oben gewählten Koordinatensystems und dass keine Corioliskräfte vorliegen, ist die Geschwindigkeit in y -Richtung $V = 0$ und die mittlere Fortschrittsgeschwindigkeit $U_S = (U^2 + V^2)^{1/2}$ entspricht der Geschwindigkeit in x -Richtung U .

Ein Maß für die Einmischung leichteren Fluids in die Dichteströmung ist die Entrainmentrate E , die definiert ist als das Verhältnis der Entrainment Geschwindigkeit w_E und der Fortschrittsgeschwindigkeit der Dichteströmung:

$$E = \frac{w_E}{U_S}. \quad (12)$$

Die Entrainment Geschwindigkeit kann auf zwei Arten bestimmt werden. Zum einen ergibt sie sich aus der Kontinuitätsgleichung der Gesamtströmung:

$$w_E = \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial UD}{\partial x} + \frac{\partial VD}{\partial y}, \quad (13)$$

zum anderen kann sie über die Produktion an potentieller Energie durch den Auftriebsterm G_b bestimmt werden:

$$w_E = \frac{2 \int_0^H G_b}{g'D}. \quad (14)$$

3. EINFLUSS EINES ZYLINDERS AUF DAS ENTRAINMENT

3.1. Numerisches Modell

Die im Folgenden präsentierten numerischen Simulationen wurden mit dem CFD Programm FLUENT 6.2 durchgeführt, das die RANS Gleichungen mit der Finite Volumen Methode löst (FLUENT (2005)). Für die Diskretisierung wurden Verfahren höherer Ordnung verwendet (2. Ordnung für die Zeit, QUICK-Schema für die advektiven Terme), um die numerische Diffusion so gering wie möglich zu halten. Zur Turbulenzschließung wurde das oben beschriebene Standard k - ε -Modell gewählt, wobei die turbulente Prandtlzahl für den Salztransport nach MUNK & ANDERSON (1948) in Abhängigkeit der Stabilität der Schichtung berechnet wird:

$$\sigma_t = \frac{(1 + \frac{10}{3} Ri)^{3/2}}{(1 + 10 Ri)^{1/2}}. \quad (15)$$

Die Gradienten-Richardsonzahl ist dabei gegeben durch:

$$Ri = -\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho / \partial z}{\left(\partial u / \partial z\right)^2 + \left(\partial v / \partial z\right)^2}. \quad (16)$$

Die Simulation wird für einen Kanal der Länge $L = 400$ m, Breite $B = 200$ m und Höhe $H = 40$ m durchgeführt, in dessen Mitte ein Zylinder mit einem Durchmesser $D_Z = 5$ m vertikal angeordnet ist. Das Koordinatensystem hat seinen Ursprung am Boden in der Mitte des Zylinders, wobei die x -Achse in Längsrichtung, die y -Achse in Breitenrichtung und die z -Achse vertikal nach oben zeigt. Betrachtet wird eine Dichteströmung mit einer Dicke von $D = 10$ m einer mittleren Geschwindigkeit von $U_S = 0,50$ m/s und einer Salzgehaltsdifferenz von $\Delta S = 10$ PSU, was einer Dichtedifferenz von $\Delta \rho \approx 7,6$ kg/m³ entspricht. Abbildung 3 zeigt eine Modellskizze mit der Oberfläche der Dichteströmung und dem Geschwindigkeitsprofil am Einlauf, bei $x = -200$ m.

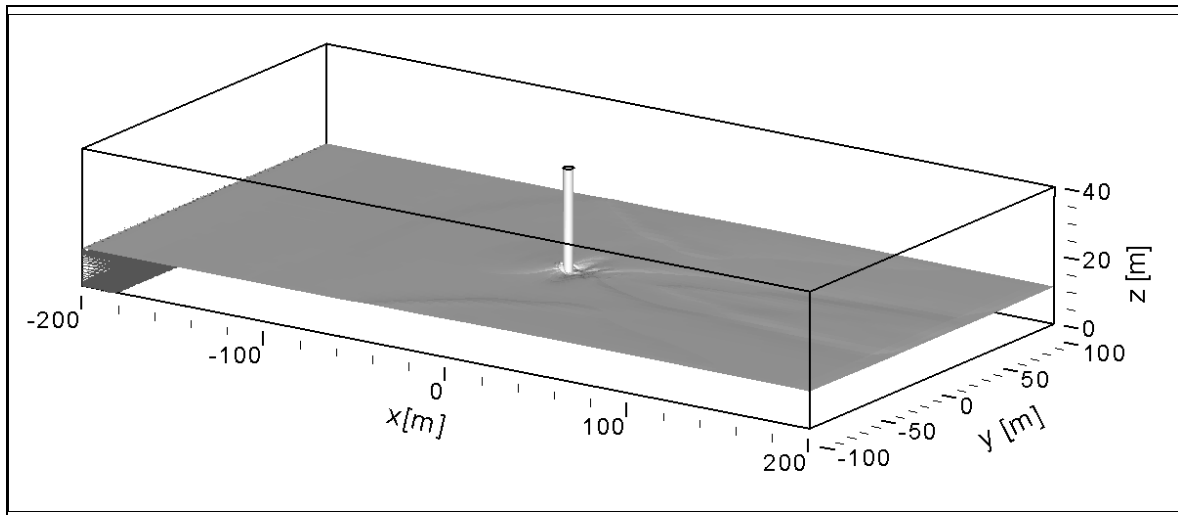


Abbildung 3: Umriss des Kanals mit Oberfläche der Dichteströmung ($S = 0,1$ PSU) als grau schattierte Fläche und Geschwindigkeitsprofil am Einlauf ($x = -200$ m).

Als Randbedingungen werden am oberen Rand ein konstanter Überdruck von 0 Pa, am Ausflussrand eine hydrostatische Druckverteilung, am Boden und an der Zylinderwand eine Haftbedingung (entspricht dem hydraulisch glatten Fall) und am Einlauf Profile für Geschwindigkeit, Salzgehalt und Turbulenzgrößen angesetzt. Der Kanal ist um $I_s = 0,33$ ‰ geneigt, um einen gleichförmigen Abfluss zu erhalten. Die Einlaufprofile sind entsprechend gewählt, um den Bereich der zwangsläufigen Transition am Einlauf möglichst klein zu halten. Für das verwendete Standard k - ε Turbulenzmodell werden an den undurchlässigen Rändern Wandfunktionen verwendet, was am Boden zwar das logarithmische Geschwindigkeitsprofil sehr gut wiedergibt am Zylinder allerdings nicht zu einer genauen Prognose der Ablösepunkte der Grenzschicht führt.

Das numerische Gitter ist blockstrukturiert und hat im Mittel eine horizontale Auflösung von $dx \approx dy \approx 5$ m, die im Nahfeld des Zylinders jedoch stark verfeinert wird und an der Grenzschicht nur $dr = 5$ mm beträgt. Auch in der Vertikalen ist das Gitter am Boden und in Höhe des Dichtesprungs zwischen der Strömung und der ruhenden Umgebung verfeinert.

Insgesamt ist die Vertikale mit 50 Volumina aufgelöst, wobei die minimale Gitterweite am Boden $dz = 2$ cm und in der Zwischenschicht $dz = 20$ cm beträgt (Abbildung 4).

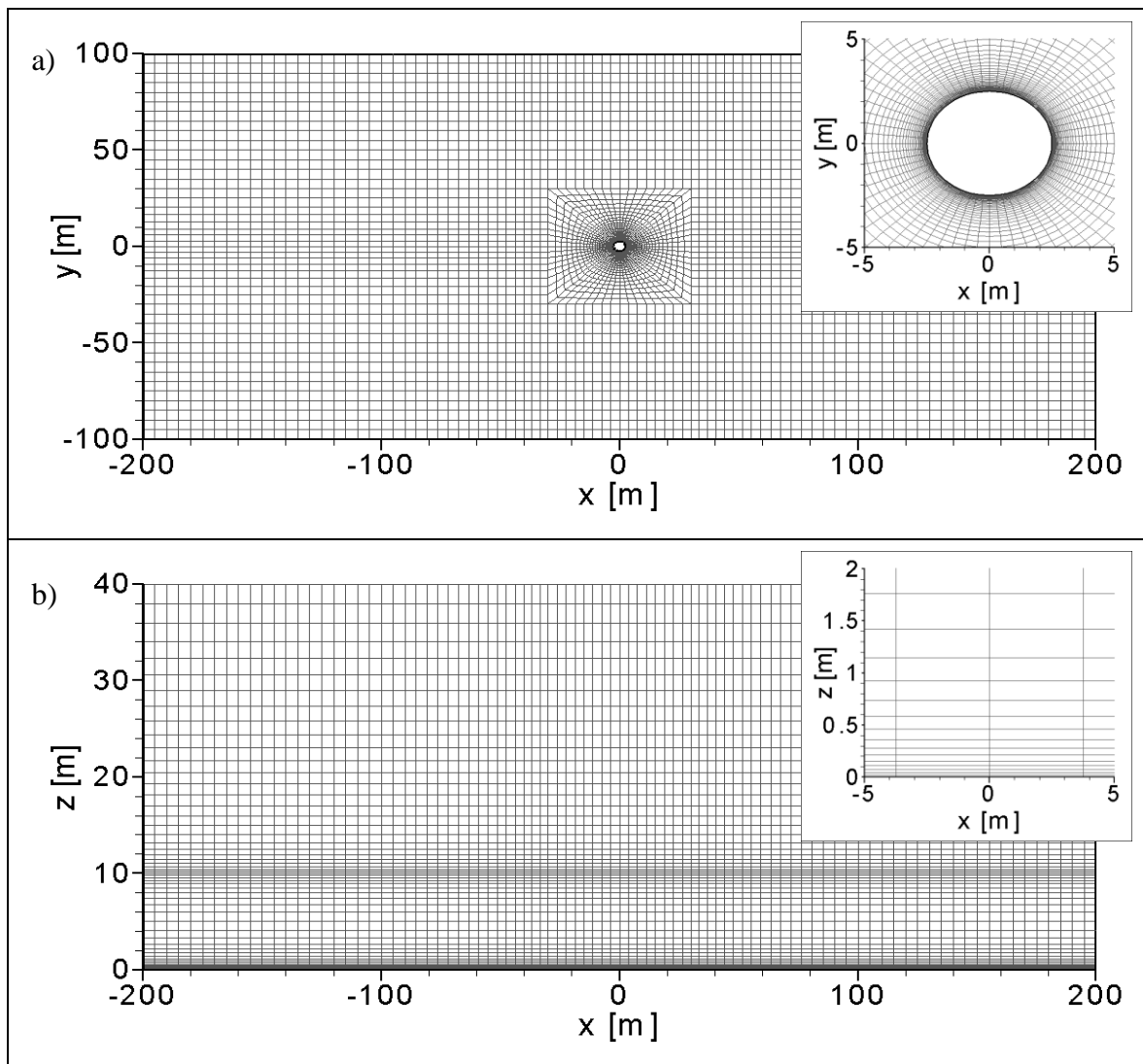


Abbildung 4: Numerisches Gitter. a) Draufsicht, b) Seitenansicht ($x : z = 1 : 5$). Die Abbildungen in der rechten oberen Ecke zeigen einen Ausschnitt zur Verdeutlichung der Gitterverfeinerung am Zylinder und am Boden.

3.2. Eigenschaften der mittleren Strömung

Zunächst wird das Strömungsfeld um den Zylinder betrachtet, da sich hieraus viele Ursachen der strukturbedingten Durchmischung ableiten lassen. Abbildung 5 zeigt einen Längsschnitt durch die Kanalmitte bei $y = 0$ m im Nahfeld des Zylinders. Es ist gut zu erkennen, dass sich die Strömung vor dem Zylinder nach oben und unten aufteilt, wobei der Staupunkt etwa bei 7,5 m liegt. Die nach oben gerichtete Strömung hebt die Oberfläche der Dichteströmung an, wie an den Konturlinien des Salzgehalts beobachtet werden kann, die in etwa die Zwischenschicht eingrenzen. Die nach unten gerichtete Strömung erzeugt einen kleinen Wirbel am Boden (in Abbildung 5 nicht erkennbar), der um den Zylinder herumtransportiert wird und die typische Hufeisenform ausbildet. Aus der als Konturflächen dargestellten Auftriebsproduktion G_b , die gemäß Gleichung (14) ein Maß

für das Entrainment darstellt, ist erkennbar, dass die größte Durchmischung im Bereich der Zwischenschicht hinter dem Zylinder entsteht. Dies ist aufgrund der durch die große Scherung im Nachlauf hervorgerufenen Turbulenz in diesem Bereich auch zu erwarten. Vor dem Zylinder ist jedoch auch eine gewisse Durchmischung erkennbar, die allerdings wohl eher als numerisches Artefakt betrachtet werden muss, da das verwendete Standard k - ε -Modell dazu tendiert die Turbulenzproduktion im Staubereich vor dem Zylinder zu überschätzen.

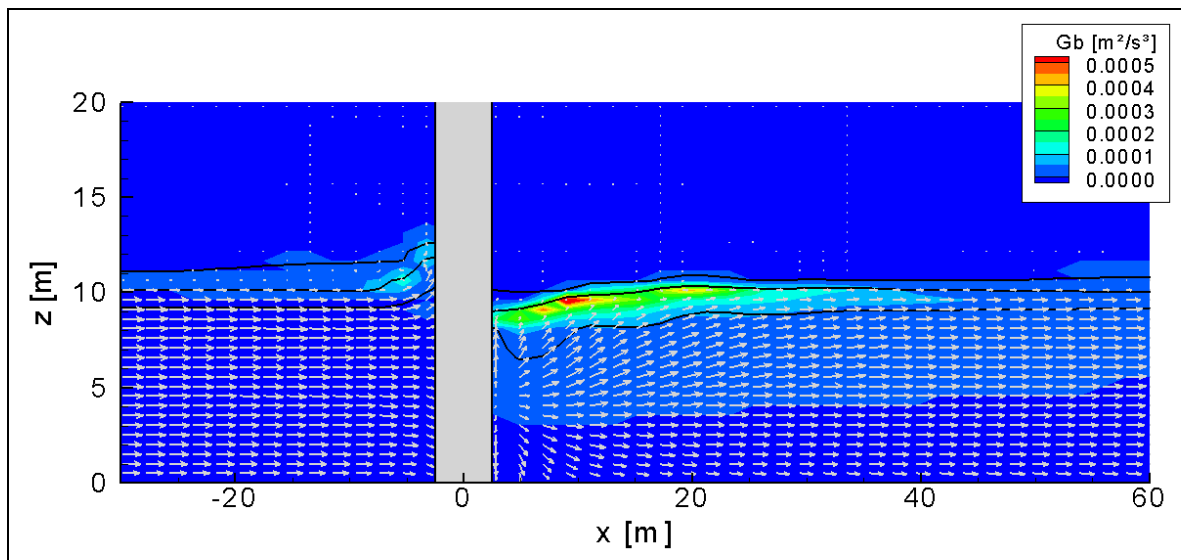


Abbildung 5: Schnitt durch den Kanal in der x - z -Ebene bei $y = 0$ m. Auftriebsproduktion G_b als Konturflächen, schwarze Konturlinien des Salzgehalts für $S = 0,5$, $5,0$ und 10 PSU, Geschwindigkeitsvektoren in der Ebene.

Anhand der in Abbildung 6 dargestellten Querschnitte senkrecht zur Strömungsrichtung lassen sich weitere Eigenschaften der Strömung erkennen. Aus Abbildung 6a, $1,5$ m vor dem Zylinder, bei $x = -4$ m, ist sehr gut die Aufteilung der Strömung nach oben und unten wieder zu finden. Ebenso zeigen sich der Aufstau vor dem Zylinder und die vermeintlich zu hohe Auftriebsproduktion, die zu den Seiten noch höhere Werte aufweist als in Zylindermitte. Durch den Aufstau vor dem Zylinder wird ein horizontaler Dichtegradient und damit verbunden eine Strömung nach unten induziert, die sehr gut in dem Querschnitt auf Höhe der Zylinderachse in Abbildung 6b erkennbar ist. Die Auftriebsproduktion nimmt dabei in direkter Nähe des Zylinders weiter zu, was durch die dort vorhandene große Scherung des Geschwindigkeitsfelds und die damit verbundene Turbulenzproduktion erklärbar ist. Durch die nach unten gerichtete Strömung wird die Zwischenschicht ebenfalls nach unten transportiert. In Abbildung 6c, $1,5$ m hinter dem Zylinder, bei $x = +4$ m, ist zu erkennen, dass insbesondere der untere Teil mit den höheren Salzkonzentrationen hiervon betroffen ist, da dort auch die größten Geschwindigkeiten zu finden sind. Dieser Querschnitt zeigt ferner sehr deutlich den linken und rechten Teil des Hufeisenwirbels am Boden sowie zwei darüber liegende, etwas größere, gegenläufige Wirbel, die auf Höhe der Zylindermitte dichteres Wasser wieder nach oben transportieren. Dieser Effekt ist noch deutlicher $7,5$ m hinter dem Zylinder, in Abbildung 6c, zu beobachten. Dort zeigt sich auch deutlich die erhöhte Auftriebsproduktion in der Zwischenschicht, die auf die verstärkte Turbulenzproduktion im Zylindernachlauf zurückgeführt werden kann.

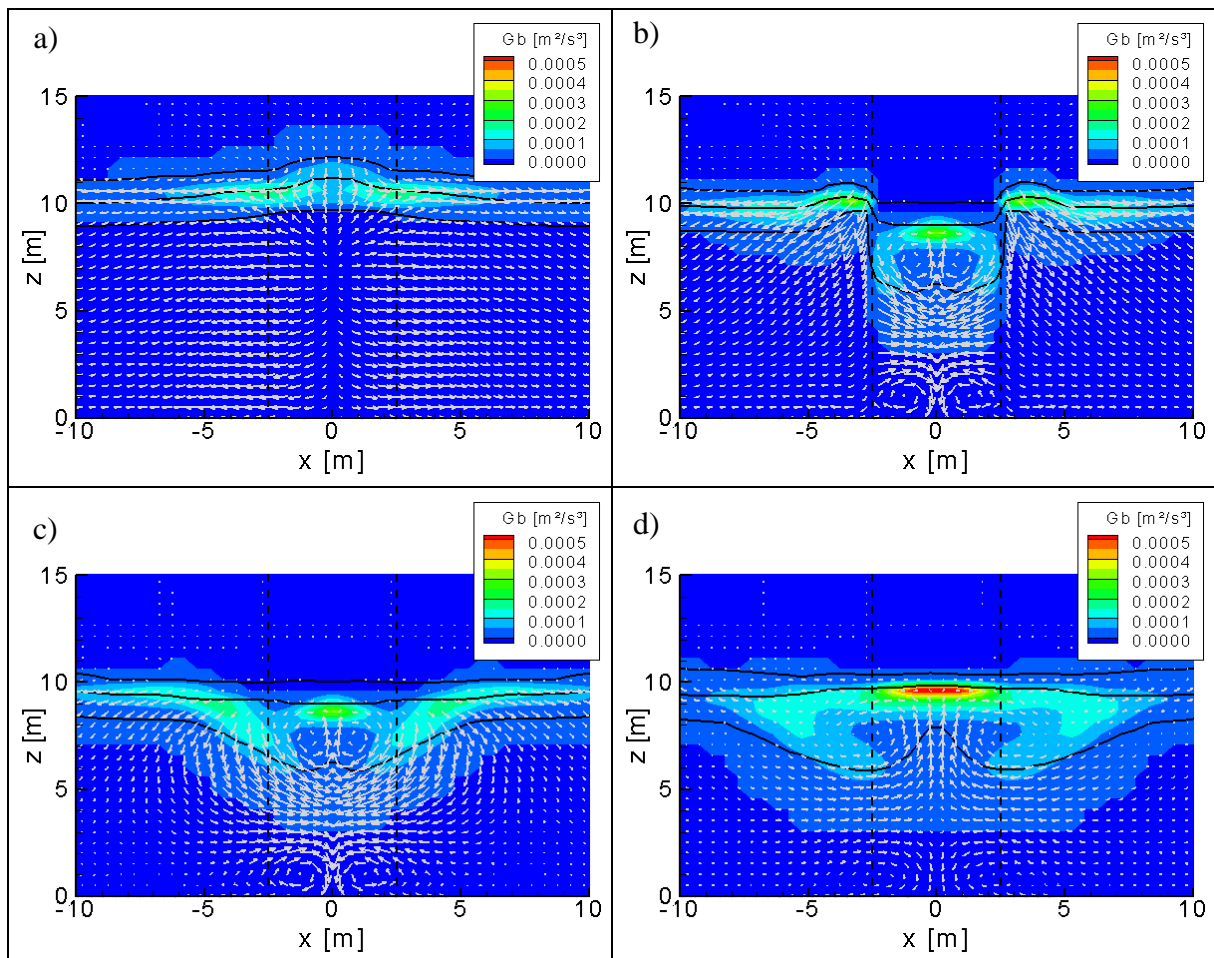


Abbildung 6: Querschnitte in der y - z Ebene bei a) $x = -4$ m, b) $x = 0$ m, c) $x = 4$ m und d) $x = 10$ m. Konturflächen, Konturlinien und Geschwindigkeitsvektoren wie in Abbildung 5. Gestrichelte vertikale Linien: Fläche des Zylinders.

3.3. Entrainment

Die bisher gemachten Beobachtungen zeigen sehr deutlich, dass der Zylinder eine signifikante Durchmischung erzeugt, die allerdings relativ lokal auf das Zylindernahfeld beschränkt ist und mit größer werdendem Abstand vom Zylinder durch von der Seite nachströmendes dichteres Wasser immer weiter abgeschwächt wird. Diese Strömung wird durch den lateralen Dichtegradienten angetrieben, der dadurch entsteht, dass die Durchmischung nur lokal auf wenige Zylinderdurchmesser in der Breite beschränkt ist.

Wie groß der von der zylinderbedingten Durchmischung betroffene Bereich tatsächlich ist, kann aus Abbildung 7 abgeschätzt werden, in der die mit Gleichung (14) berechnete Entrainmentgeschwindigkeit dargestellt ist. Die natürliche Entrainmentgeschwindigkeit der betrachteten Strömung, d.h. ohne den Einfluss von Strukturen, liegt etwa bei $1 \cdot 10^{-5}$ m/s. Die erste dargestellte Kontur entspricht einer Entrainmentgeschwindigkeit von $1 \cdot 10^{-4}$ m/s, also einer Größenordnung mehr als die natürliche und Abbildung 7 zeigt, dass dieser Wert bereits etwa 10 m vor dem Zylinder überschritten wird. Dabei bleibt noch zu klären, ob dieser Effekt tatsächlich durch den Aufstau vor dem Zylinder oder vielmehr durch eine Überschätzung der Turbulenzproduktion vor dem Zylinder, die ein Artefakt des Standard

k - ε -Modells ist, hervorgerufen wird. Die seitliche Ausdehnung kann ebenfalls mit jeweils 10 m, also zwei Zylinderdurchmessern nach links und rechts, abgeschätzt werden. Hinter dem Zylinder liegt die maximale Entrainmentrate um mehr als zwei Größenordnungen über der natürlichen, wobei die Mischungsintensität exponentiell abklingt. Nach etwa 70 m liegt die Entrainmentgeschwindigkeit mit $1 \cdot 10^{-4}$ m/s nur noch eine Größenordnung über der natürlichen und nimmt mit zunehmender Entfernung vom Zylinder immer weiter ab.

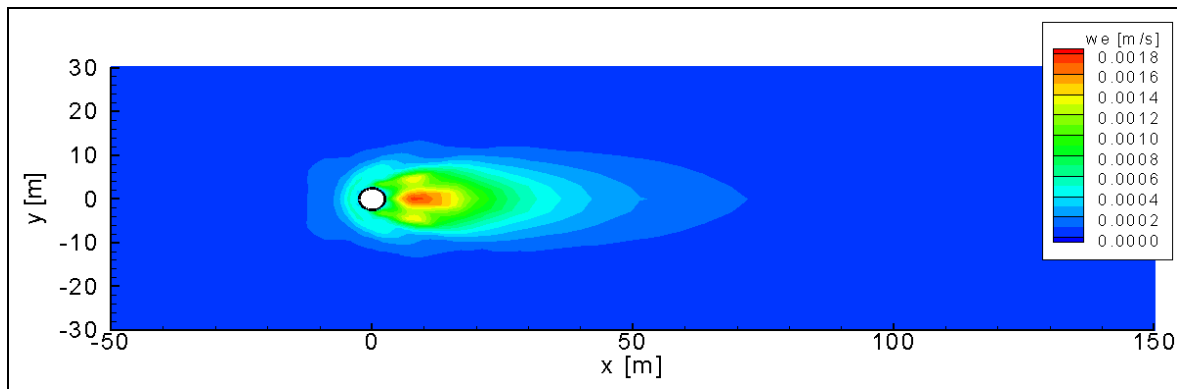


Abbildung 7: Konturflächen der Entrainmentgeschwindigkeit w_E im Umfeld des Zylinders.

4. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Der Einfluss eines Zylinders auf die Durchmischung einer Dichteströmung wurde mit numerischen Simulationen untersucht. Die strukturbedingte Entrainmentrate liegt bis zu zwei Größenordnungen über der natürlichen, klingt aber sehr schnell wieder ab, wobei die große lokale Durchmischung durch laterale Ausgleichströmung rückgängig gemacht wird. Das hier verwendete Standard k - ε -Modell zur Turbulenzschließung hat insbesondere bei der Umströmung von Strukturen gewisse Schwächen, so dass die präsentierten Ergebnisse nur als eine Näherung verstanden werden sollten. Für weitere Untersuchungen sollte die Turbulenzschließung auf einer höheren Ebene erfolgen, z.B. mit einem Reynolds-Stress-Modell (RSM) oder mit Large-Eddy-Simulationen (LES) in kleinerem Maßstab. Dabei ist auch der Vergleich mit Messungen wichtig, um die Simulationsergebnisse zu validieren.

5. SCHRIFTUM

FLUENT: FLUENT 6.2 User's Guide. Fluent Inc., Lebanon, NH, USA, 2005.

KUNDU, P. K. und COHEN, I. M.: Fluid Mechanics, Third Edition. Elsevier Academic Press, 2004.

MUNK, W. H. und ANDERSON, E. R.: Notes on the Theory of the Thermocline. J. Marine Res. 3, 276-295, 1948.

POPE, S. B.: Turbulent Flows. 3. Auflage, Cambridge University Press, 2003.

SIMPSON, J. E.: Gravity Currents: In the Environment and the Laboratory, Ellis Hollywood Limited, 1987.